**Week 16&17**

**奇异值分解，流形学习，**

**流形学习：**

**摘要：**我们提出了一个基于面部识别的拉普拉斯脸方法。通过LPP，面部图像被映射到面部一个子空间用于分析。不同于PCA和LDA只能有效观察到面部空间的欧式结构，LP找到了一个嵌入，能保留局部信息，获得能最佳地侦测到必要的面部流形结构的面部子空间。拉普拉斯脸是在面部流形上的Laplace Beltrami算子的特征函数的最佳线性近似。从这个角度看，由光线，面部表情以及姿势的变化导致的不需要的改变可能被消除或削减。理论分析表明PCA,LDA,LPP可以从不同的图模型中获得。我们将拉普拉斯脸和特征脸，Fisherface在三个面部数据集上比较。结果表明拉普拉斯脸在面部识别上提供了更好的表达，达到了更低的错误率。

图嵌入和拓展：降维的统一框架

摘要：提出图嵌入将降维算法统一到一个公共框架中。在图嵌入中，每个算法可以理解成直接的图嵌入，或者是它对于特殊的本质的图的线性/核/张量的拓展，可以描述数据集中特定的几何或统计属性。图嵌入框架可以被当做一个一般的平台，来发展新的降维算法。利用这个平台作为工具，我们提出了新的监督降维算法MFA。MFA有效地克服了LDA由于数据分布假设及可投影方向导致的限制。

介绍：我们提出两个相联系的对于降维的创新点。首先是图嵌入的统一框架，提供了一个统一的视角来理解流行的降维算法。直接图嵌入的目的是将图的每个顶点表达为一个低维向量来保留顶点对之间的相似度，相似度通过相似度矩阵来度量。顶点的向量表达可从图的拉普拉斯矩阵的特征值对应的特征向量获得。

第二点贡献是证明图嵌入框架可以被当做一个一般的平台，来发展新的降维算法。我们用图嵌入来规划一个LDA的变体。LDA的有效性被限制，因为理论上可投影方向的数目比类别数目要少。而且LDA的类判别是基于组内的分散，只有在每个类别的数据是近似高斯分布时才能达到最优，而这点在现实生活中经常不能被满足。

2.2降维的一般框架

PCA寻找方差最大的投影方向，

奇异值分解：

首先，特征值分解：特征值分解可以得到特征值与特征向量，特征值表示的是这个特征到底有多重要，而特征向量表示这个特征是什么。

SVD文章：

对n阶实对称矩阵A，存在正交矩阵V和对角矩阵D，使。这里V的列是A的特征向量，并组成了n维空间的一组正交基；D的对角元素是A的特征值。这称为实对称矩阵A的特征值分解。

对任意实矩阵A，存在正交矩阵U,V和对角矩阵，使得.对角矩阵中对角元素可按降序排列，其中正值称为A的奇异值。U,V的列分别称为A的左奇异向量和右奇异向量。

矩阵可理解为线性变换。对一个对称矩阵A，变换从n维空间到它自身，V的列向量定义了一组基。当向量被这组基表示时，这个变换根据模和特征值放大一部分，缩小另一部分。而且，这组基是正交的。

现在来看奇异值分解。这个变换从n维空间到m维空间，本质是放大一部分，缩小另一部分，还有可能舍弃一部分，或者添加零元素来解释维度的变化。从这个角度看，奇异值分解就是怎样选择正交基，使得变换能被矩阵以最简单的形式表达出来，也就是对角阵。

选择合适的正交基V使得它的正交性在经过A变换后得以保持。